



弘扬华夏文化 传递两岸真情……

第六届海峡两岸数学邀请赛



答案详解

海峡两岸数学邀请赛组委会

2017年1月



请关注海峡
微信公众号

海峡两岸邀请赛考前 60 题答案详解 (七年级)

- 1、 2.5×10^{-6}
- 2、0.4
- 3、 $(-5, 7)$
- 4、5
- 5、1260000
- 6、-6或-10
- 7、-1
- 8、CD
- 9、0
- 10、12
- 11、7
- 12、58
- 13、40
- 14、 $\frac{55}{97}$
- 15、-17
- 16、 $m < -2$
- 17、 $\frac{3ab}{100}$ 或 $\frac{3b}{20a}$ 或 $\frac{21}{10ab}$
- 18、165
- 19、3 或 -1
- 20、(1, 0)
- 21、 30° 或 105°
- 22、6
- 23、 $\frac{3}{2}$
- 24、3
- 25、 $\frac{6b}{a}$
- 26、
- 27、6
- 28、10
- 29、11
- 30、15
- 31、 $70 \leq x \leq 87.5$
- 32、7.2
- 33、2016
- 34、20

$$35、\frac{(n+1)^2(n+2)^2}{4}$$

$$36、\left|\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right|+\left|\frac{1}{4}-\frac{1}{3}\right|-\left|\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\right|$$

$$=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}-\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)$$

$$=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$$

$$=0$$

$$37、\left[-20\frac{2}{5} \times \left(1\frac{1}{4}-2\frac{11}{12}\right)\right] \div 9 \div \frac{1}{(-0.75)^2} - \left|2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \times 5^2\right|$$

$$=\left[-\frac{102}{5} \times \left(-\frac{5}{3}\right)\right] \times \frac{1}{9} \div \left(-\frac{4}{3}\right)^2 - \left|2 + \left(-\frac{1}{8}\right) \times 25\right|$$

$$=34 \times \frac{1}{9} \times \frac{9}{16} - \frac{9}{8}$$

$$=\frac{17}{8} - \frac{9}{8}$$

$$=1$$

$$38、x - \frac{3}{4} \left[x + \frac{1}{4} \left(x - \frac{1}{6} \right) \right] = \frac{3}{16} \left(x - \frac{1}{6} \right)$$

$$x - \frac{3}{4}x - \frac{3}{16} \left(x - \frac{1}{6} \right) = \frac{3}{16} \left(x - \frac{1}{6} \right)$$

$$\frac{1}{4}x = \frac{3}{8} \left(x - \frac{1}{6} \right)$$

$$\frac{1}{4}x = \frac{3}{8}x - \frac{1}{16}$$

$$\frac{1}{8}x = \frac{1}{16}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$39、\begin{cases} 1+2x < 9 & \text{①} \\ \frac{x+9}{2} + 1 \geq \frac{x+1}{3} - 1 & \text{②} \end{cases}$$

由①得 $2x < 8$ $x < 4$

由②得 $3(x+9)+6 \geq 2(x+1)-6$

$$3x+27+6 \geq 2x+2-6$$

$$x \geq -37$$

综上可得 $-37 \leq x < 4$

$$\begin{cases} \frac{y}{3} = \frac{x+1}{6} & \text{①} \\ y-1 = 3(x+\frac{y}{9}) & \text{②} \end{cases}$$

40、解：由①得 $2y = x+1$ ③

由②得 $3y-3 = 9x+y$

$$2y = 9x+3 \quad \text{④}$$

$$\text{④}-\text{③得：} x = -\frac{1}{4}$$

$$\text{代入③得 } y = \frac{3}{8}$$

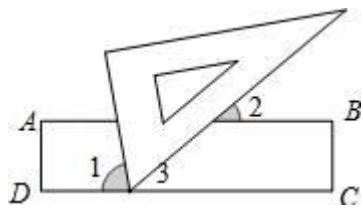
41、由条件可知 $2(2 \times 4 + 1) - 1 = 5(4 + a)$

$$\text{解得 } a = -\frac{3}{5}$$

$$\text{因此原方程为：} \frac{2x+1}{5} - 1 = \frac{x-\frac{3}{5}}{2}$$

$$\text{解得 } x = -5$$

42、 $\because AB \parallel CD, \therefore \angle 3 = \angle 2, \therefore \angle 1 = 2\angle 2,$
 $\therefore \angle 1 = 2\angle 3,$
 $\therefore 3\angle 3 + 60^\circ = 180^\circ,$
 $\therefore \angle 3 = 40^\circ, \therefore \angle 1 = 80^\circ$



43、证明： $\because CE \perp AB$ 于 E, $DF \perp AB$ 于 F
 $\therefore DF \parallel CE$ (垂直于同一条直线的两直线平行)
 $\therefore \angle BDF = \angle BCE$ (两直线平行, 同位角相等)
 $\angle FDE = \angle DEC$ (两直线平行, 内错角相等)
 又 $\because AC \parallel ED,$
 $\therefore \angle DEC = \angle ACE$ (两直线平行, 内错角相等)
 $\because CE$ 是 $\angle ACB$ 的角平分线
 $\therefore \angle ACE = \angle ECB$ (角平分线的定义)
 $\therefore \angle EDF = \angle BDF$ (等量代换).

44、将四棱柱侧面展开, 连接 AD' , M、N 位于 BB' 、 CC' 的三等点的位置

45、(1) 设 A 型污水处理设备每周每台可以处理污水 x 吨, B 型污水处理设备每周每台可以处理污水 y 吨,

$$\begin{cases} x+2y=640 \\ 2x+3y=1080 \end{cases} \quad \text{解得} \begin{cases} x=240 \\ y=200 \end{cases}$$

即 A 型污水处理设备每周每台可以处理污水 240 吨, B 型污水处理设备每周每台可以处理污水 200 吨;

(2) 设购买 A 型污水处理设备 x 台, 则购买 B 型污水处理设备 $(20-x)$ 台, 则 $\begin{cases} 12x+10(20-x) \leq 230 \\ 240x+200(20-x) \geq 4500 \end{cases}$

$$\text{解得, } 12.5 \leq x \leq 15,$$

第一种方案: 当 $x=13$ 时, $20-x=7$, 花费的费用为: $13 \times 12 + 7 \times 10 = 226$ 万元;

第二种方案: 当 $x=14$ 时, $20-x=6$, 花费的费用为: $14 \times 12 + 6 \times 10 = 228$ 万元;

第三种方案: 当 $x=15$ 时, $20-x=5$, 花费的费用为: $15 \times 12 + 5 \times 10 = 230$ 万元;

即购买 A 型污水处理设备 13 台, 则购买 B 型污水处理设备 7 台时, 所需购买资金最少, 最少是 226 万元.

46、解方程组得 $\begin{cases} x=3m+2 \\ y=1-m \end{cases}$, 又 $\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$ 则

$$\begin{cases} 3m+2 > 0 \\ 1-m > 0 \end{cases}$$

$$\therefore -\frac{2}{3} < m < 1$$

$$\therefore m-1 < 0, m+\frac{2}{3} > 0$$

$$|m-1| + |m+\frac{2}{3}| = -m+1 + m+\frac{2}{3} = \frac{5}{3}$$

47、(1) 根据高相等的三角形的面积之比等于底边之比,

$$\because OB=OD, \therefore S_2=S_3,$$

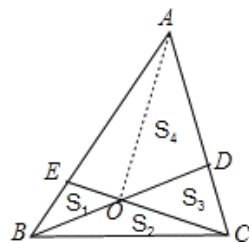
$$\because OC=2OE, \therefore S_2=2S_1,$$

$$\therefore S_1:S_3=1:2;$$

$$(2) \because S_2=2,$$

$$\therefore S_1=1, S_3=2,$$

连接 OA, 设 $S_{\triangle AOE}=x$, 则 $S_{\triangle AOD}=S_{\triangle AOB}=x+1$,
 $\therefore S_{\triangle AOC}=2S_{\triangle AOE}$,
 $\therefore x+1+2=2x$,



$$\text{解得 } x=3, x+1=4,$$

$$\therefore S_4=3+4=7$$

48、由题意可得: $m=3, 2n+4=0, k-1=1$

$$\text{解得 } m=3, n=-2, k=2$$

$$\text{则 } m+n-k=3+(-2)-2=-1$$

49、解: (1) 扇形图中空气为优所占比例为 20%, 条形图中空气为优的天数为 12 天, \therefore 被抽取的总天数为:

$$12 \div 20\% = 60 \text{ (天)}$$

轻微污染天数是 $60 - 36 - 12 - 3 - 2 - 2 = 5$ 天; 表示优的

$$\text{圆心角度数是 } \frac{12}{60} \times 360^\circ = 72^\circ$$

样本中优和良的天数分别为: 12, 36,

一年 (365 天) 达到优和良的总天数为: $\times 365 = 292$ (天).

故估计本市一年达到优和良的总天数为 292 天.

50、解: $8a-2b+6=2016$

$$8a-2b=2010$$

$$4a-b=1005$$

$$\text{当 } x=-4, y=-\frac{1}{2} \text{ 时}$$

$$-12a+3b+5031$$

$$=-3(4a-b)+5031$$

$$=-3 \times 1005 + 5031$$

$$=2016$$

51、 \because 在三角形 BDE 中, $\angle BDE + \angle EBD + \angle E = 180^\circ$

$$\therefore \angle BDE + \angle EBD = 116^\circ$$

$$\because AB \parallel CD$$

$$\therefore \angle ABD + \angle BDC = 180^\circ$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 64^\circ$$

$$\because \angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4$$

$$\therefore \angle 2 + \angle 3 = 32^\circ$$

$$\because \text{在三角形 FBD 中, } \angle F + \angle FBD + \angle FDB = 180^\circ$$

$$\text{且 } \angle FBD = \angle 2 + \angle EBD, \angle FDB = \angle 1 + \angle EDB$$

$$\therefore \angle F = 180 - (\angle 2 + \angle 3) - (\angle BDE + \angle EBD) = 32^\circ$$

52、解: 设一楼总座位数为 $7x$, 则一楼售出座位 $4x$ 个,

未售出座位 $3x$ 个, 二楼座位总数为 $5y$, 则二楼售出座

位 $3y$ 个, 未售出座位 $2y$

根据题意, 知 $3x = 2y$, 即 $y = \frac{3}{2}x$

$$\text{则 } \frac{4x+3y}{3x+2y} = \frac{4x+3 \times \frac{3}{2}x}{3x+2 \times \frac{3}{2}x} = \frac{\frac{17}{2}x}{6x} = \frac{17}{12}$$

53、

$$(1) \text{ 当 } x \leq -4 \text{ 时, } y = -2(x-1) - (x-4) = -3x-2,$$

$$y \text{ 的最小值为 } (-3) \times (-4) - 2 = 10$$

$$(2) \text{ 当 } -4 \leq x \leq 1 \text{ 时, } y = -2(x-1) + (x+4) = -x+6,$$

$$y \text{ 的最小值为 } 5$$

$$(3) \text{ 当 } 1 \leq x \leq 2 \text{ 时, } y = 2(x-1) + (x+4) = 3x+2, y$$

$$\text{的最小值为 } 5$$

综上所述, $2|x-1| + |x+4|$ 的最小值为 5.

54、(1) 方案①: $10000(1-10\%)a \times 0.95 = 8550a$;

方案②: $10000(1-10\%)a - 3a \times 12 \times 2 - 10000 = 8928a - 10000$;

方案③: $10000(1-10\%)a - 3a \times 12 - \frac{1000(1-10\%)a}{2} \times 30\% - 10000 = 8829a - 10000$;

(2) 当 $a=100$ 时, 方案①为 855000 (元), 方案②为 882800 (元), 方案③为 872900, 因为 $855000 < 872900 < 882800$, 所以应选择方案①付款购房更优惠.

55、解:

$$x_1 + x_2 + \dots + x_7 \geq x_1 + (x_1+1) + (x_1+2) + \dots + (x_1+6)$$

$$\text{解得 } x_1 < 19\frac{5}{7}$$

所以 x_1 的最大值为 19, 同理 x_2, x_3 的最大值分别为 20,

21

所以 $x_1 + x_2 + x_3$ 的最大值为 $19+20+21=60$

56、由条件可知 $z=1$ 或 -3

由 $xy < 0, yz > 0$ 可知, x 与 y 异号, z 与 y 同号

$$\text{故 } z=1 \text{ 时 } x=-3, y=2 \quad x+y+z = -3+2+1=0$$

当 $z = -3$ 时 $x = 3, y = -2$ $x + y + z = 3 - 2 - 3 = -2$

57、解：(1) B(6, 1), C(6, 3), D(2, 3)

将长方形 ABCD 先向左平移 4 个单位, 再向下平移 2 个单位

可使 C 点移到 A 点

(2) 存在。设 P(0, a),

$$\text{则 } S_{\triangle ABP} = \frac{1}{2} AB \cdot |a-1|$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 4 \times |a-1| = 4 \times 2 \times \frac{3}{4}$$

$$|a-1| = 3$$

$$\therefore a = 4 \text{ 或 } a = -2$$

故 P(-2,0) 或 (4,0)

58、设 A 队胜 x 场, 平 y 场, 负 z 场

$$\text{则 } \begin{cases} x + y + z = 12 \\ 3x + y = 19 \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} y = 19 - 3x \\ z = 2x - 7 \end{cases}$$

$\therefore x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$, 且 x, y, z 均为整数

$$\therefore \begin{cases} 19 - 3x \geq 0 \\ 2x - 7 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{解之得 } 3\frac{1}{2} \leq x \leq 6\frac{1}{3}$$

$$\therefore x = 4, 5, 6$$

即 A 队胜, 平, 负有 3 种情况, 分别是:

①A 队胜 4 场, 平 7 场, 负 1 场;

②A 队胜 5 场, 平 4 场, 负 3 场;

③A 队胜 6 场, 平 1 场, 负 5 场;

59、解: $(20-5+20) \times 8 \div 2$,

$$= (15+20) \times 8 \div 2,$$

$$= 35 \times 8 \div 2,$$

$$= 280 \div 2,$$

$$= 140 \text{ (平方米);}$$

答: 阴影部分的面积是 140 平方米;

60、

$$(1) \because |2a-b| + (a-4)^2 = 0$$

$$\therefore 2a-b=0, b-4=0,$$

$$\therefore a=2, b=4,$$

\therefore 点 A 的坐标为 (2, 4)、点 B 的坐标 (2, 0);

(2) 由题可以知道 $1 > 2$

$$CQ=2t, BP=t, S_{\text{阴影}}=2 \times 4 \times \frac{1}{2}=4$$

$$S_{\text{阴影}}=S_{\triangle APB}+S_{\triangle ABP}-S_{\text{矩形 OBAC}}$$

$$=2 \times 2 + \frac{1}{2} \times 5 \times 4 \times \frac{1}{2} - 2 \times 4$$

$$=2 + -8$$

$$\therefore 2t - 8 = 4$$

$$T=3$$

(3) $\frac{\angle N - \angle APB - \angle PAD}{\angle AQC}$ 为定值. 理由如下:

如图 3, $\because \angle ACO, \angle AMB$ 的角平分线交于点 N,

$$\therefore \angle ACN = 45^\circ, \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore AC \parallel BP,$$

$$\therefore \angle CAM = \angle AMB = 2\angle 1,$$

$$\therefore \angle ACN + \angle CAM = \angle N + \angle 1,$$

$$\therefore 45^\circ + 2\angle 1 = \angle N + \angle 1,$$

$$\therefore \angle N = 45^\circ + \angle 1,$$

$$\therefore \angle AMB = \angle APB + \angle PAQ,$$

$$\therefore \angle APB + \angle PAQ = 2\angle 1,$$

$$\therefore \angle AQC + \angle OMQ = 90^\circ,$$

$$\text{而 } \angle OMQ = 2\angle 1,$$

$$\therefore \angle AQC = 90^\circ - 2\angle 1,$$

$$\frac{\angle N - \angle APB - \angle PAD}{\angle AQC} = \frac{45^\circ + \angle 1 - 2\angle 1}{90^\circ - 2\angle 1} = \frac{1}{2}$$